Électromagnétisme – Chapitre 3

Magnétostatique – TD

Exercice 1 : Applications du théorème d'Ampère

On considère tout d'abord un conducteur cylindrique infini d'axe (Oz) et de rayon R parcouru par une intensité I, où on suppose que le vecteur densité volumique de courants est uniforme à l'intérieur du conducteur.

1. Déterminer l'expression du champ magnétostatique $\overrightarrow{B}(M)$ en tout point de l'espace à l'aide du théorème d'Ampère, puis représenter son évolution.

On considère maintenant un solénoïde infini d'axe (Oz) constitué de n spires par unité de longueur, de rayon R et parcourues par une intensité I. Comme on observe expérimentalement que le champ magnétostatique $\overrightarrow{B}(M)$ à l'extérieur d'un solénoïde est très faible, on suppose que celui-ci est nul dans cette modélisation.

2. Déterminer l'expression du champ magnétostatique $\overrightarrow{B}(M)$ en tout point de l'espace à l'aide du théorème d'Ampère, puis représenter son évolution.

Exercice 2 : Interactions entre fils parallèles

On considère tout d'abord un fil rectiligne, confondu avec l'axe (Oz), de longueur L que l'on peut supposer quasi-infinie, et parcouru par une intensité I dans le sens des z croissants.

1. Déterminer l'expression du champ magnétostatique créé par ce fil en tout point de l'espace.

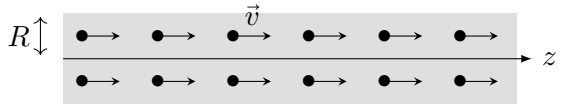
On considère maintenant trois fils rectilignes, contenus dans le plan (xOz) et parallèles à l'axe (Oz), de même longueur L que l'on peut supposer quasi-infinie. Ils sont parcourus par des intensités dans le sens des z croissants :

- le premier fil, parcouru par une intensité I_1, est maintenu à l'abscisse x_1 ;
- le second fil, parcouru par une intensité I_2, est libre de se déplacer entre les deux autres fils ;
- le troisième fil, parcouru par une intensité I_3, est maintenu à l'abscisse x_3.

2. Déterminer l'abscisse $x_{2,\text{éq}}$ du second fil où celui-ci est à l'équilibre.

Exercice 3 : Champ électromagnétique produit par un faisceau de particules

On considère un faisceau cylindrique infini de particules chargées, de rayon R et d'axe (Oz), représenté ci-dessous.



Les particules portent une charge q et se déplacent toutes à la même vitesse $\vec{v} = v\,\vec{e}_z$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire, supposé galiléen. On note n la densité volumique de particules, et on suppose que le champ électromagnétique produit par le faisceau est stationnaire.

1. Exprimer la densité volumique de charge ρ dans le faisceau.

2. Déterminer le champ électrique $\overrightarrow{E}(M)$ en tout point de l'espace.

3. Exprimer le vecteur densité volumique de courants $\vec{j}$ dans le faisceau.

4. Déterminer le champ magnétique $\overrightarrow{B}(M)$ en tout point de l'espace.

5. Montrer que les champs vérifient en tout point de l'espace la relation :

$$\overrightarrow{B} = \varepsilon_0\,\mu_0\,\vec{v} \wedge \overrightarrow{E}.$$

On souhaite maintenant étudier les champs dans le référentiel $\mathcal{R}'$ lié aux particules.

6. Le référentiel $\mathcal{R}'$ est-il galiléen ?

7. Exprimer le champ électrique $\overrightarrow{E}'(M)$ et le champ magnétique $\overrightarrow{B}'(M)$ dans le référentiel $\mathcal{R}'$, puis les comparer aux champs précédents.

Exercice 4 : Courant non uniforme dans un câble

On considère un câble cylindrique infini d'axe (Oz) et de rayon R parcouru par un vecteur densité volumique de courants non uniforme qui s'exprime en coordonnées cylindriques :

$$\vec{j} = j(r)\,\vec{e}_z = j_0\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\vec{e}_z.$$

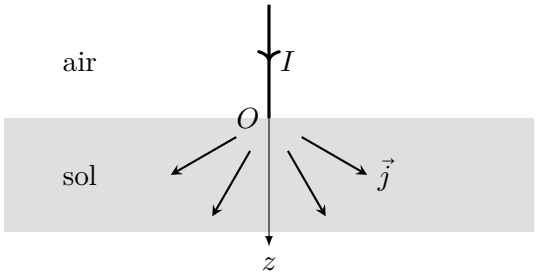
1. Déterminer l'intensité I qui parcourt le câble.
2. Déterminer la direction et les variables dont dépend le champ magnétostatique $\overrightarrow{B}(M)$.
3. Déterminer l'expression du champ magnétostatique $\overrightarrow{B}(M)$ en tout point de l'espace.
4. Déterminer la position où le champ est maximal, puis exprimer sa valeur $B_{\max}$.

Exercice 5 : Champ magnétique créé par la foudre

On souhaite déterminer le champ magnétique créé par un courant de foudre d'intensité I en régime permanent. On modélise la foudre :

- dans l'air, qui occupe le demi-espace $z < 0$, par un courant I sur l'axe (Oz) dans le sens des z croissants ;
- dans le sol, qui occupe le demi-espace $z > 0$, par un vecteur densité volumique de courant qui s'exprime en coordonnées sphériques :

$$\vec{j} = \frac{I}{2\,\pi\,r^2}\,\vec{e}_r.$$



1. Justifier que l'expression du vecteur densité volumique de courant est compatible avec la loi des nœuds.
2. Montrer que le champ magnétostatique en tout point de l'espace peut s'exprimer sous la forme $\overrightarrow{B}(M) = B(r,\theta)\,\vec{e}_\varphi$ en coordonnées sphériques.
3. En déduire la forme des lignes de champ.
4. Déterminer l'expression du champ magnétostatique $\overrightarrow{B}_{\text{a}}(M)$ dans l'air.

On admet que la norme du champ magnétostatique dans le sol s'exprime sous la forme :

$$B_{\text{s}}(M) = \frac{k\,I\,(1-\cos\theta)}{r\sin\theta}$$

avec k une constante.

5. Sachant que le champ magnétostatique est continu à l'interface $z = 0$, déterminer l'expression de la constante k.